A MODELAGEM MATEMÁTICA E SUA UTILIZAÇÃO EM ÁREAS E VOLUMES NO LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO

Marly Evangelista dos Santos[1]
Ana Maria Libório de Oliveira[2]

[1]Instituto Federal de Goiás – Câmpus Jataí/ marly_evangelista@hotmail.com
[2]Instituto Federal de Goiás – Câmpus Jataí/analiborio@gmail.com

Resumo

O presente artigo tem como objetivo apresentar os resultados parciais da pesquisa desenvolvida no Curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática, o projeto faz a interação da Modelagem Matemática no que tange aos levantamentos topográficos executados na Agrimensura para os alunos do 3º ano do Curso Técnico Integrado de Edificações do Instituto Federal de Goiás – câmpus Jataí. A metodologia que se utilizou inicialmente foi de uma análise qualitativa com pesquisa-ação, demonstração topográfica (Modelagem Matemática), utilização de imagens gráficas, questionários, exemplificações e intervenções. A pesquisa destina-se aos alunos do curso técnico de Edificações do IFG/ Câmpus Jataí por se tratar de um curso que tem na sua grade curricular a matéria de Topografia, mas não tem aprofundamento na análise topográfica e correlações disciplinares, sendo assim apresentando o Modelo Matemático.

Palavras-chave: Modelagem; Agrimensura; Topografia.

1. Introdução

A assimilação da matemática na prática é um fator preocupante dos educadores, a demonstração de como determinadas áreas do conhecimento a utiliza é uma maneira interessante de demonstrar suas aplicações. A Agrimensura é uma das áreas que utiliza a matemática aliada a recursos tecnológicos que fazem a aplicação da modelagem de suas fórmulas para determinar cálculos de áreas e volumes, ela está inserida em todos os passos desde as coletas de dados em campo até o cálculo dos dados. A demonstração prática de como os profissionais dessa área a utilizam poderá ajudar os estudantes a ter uma melhor compreensão da aplicação de determinados conteúdos matemáticos.

A pesquisa, em andamento que deu origem a este trabalho, tem como temática a utilização de derivadas parciais em levantamentos topográficos com a finalidade de determinar áreas e volumes, a qual apresenta o problema em relação à dificuldade na compreensão da aplicação de cálculos de áreas e volumes pelos estudantes. Sobretudo baseiase nas hipóteses com o seguinte questionamento - a prática da aplicação de volumes e áreas utilizados na Agrimensura para os alunos do 3º ano Técnico Integrado de Edificações poderá facilitar a compreensão desses alunos em relação ao ensino da Matemática?

Dessa forma, estabeleceu alguns objetivos para alcançar os resultados, sendo o objetivo geral - demonstrar a aplicabilidade da matemática na prática com a finalidade de determinar áreas e volumes, por meio de outra área da ciência e os específicos, tais como: fazer um levantamento sobre o conhecimento teórico matemático entre os alunos em relação ao cálculo de áreas e de volumes; descrever com exemplificações por meios de levantamentos topográficos áreas e volumes; comparar o cálculo de área e volume na teoria e na prática; diagnosticar a prática utilizada na Agrimensura na compreensão da aplicação da matemática.

Portanto, por meio da interação de tópicos especiais da Agrimensura e aplicabilidade da Matemática, utilizando a agrimensura como modelagem para a assimilação dos conteúdos matemáticos, especificamente derivadas parciais, propôs-se uma investigação na qual espera-se produzir um modelo para a melhoria do ensino e aprendizagem.

2. Agrimensura e seu contexto histórico

A Agrimensura teve origem em uma das mais antigas civilizações, segundo Eves (2008) representada em monumentos históricos, santuários, ornamentações, teatros e anfiteatros, saneamentos e outros foram construídos para acompanhar o crescimento das cidades para o progresso, com a finalidade em promover o desenvolvimento local. Ademais, por meio de obras dessa natureza podem-se conceber as intervenções topográficas necessárias ao arquiteto, para estabelecer os planos que o permitiria realizar a prática da obra.

Constituir os comandos, estimar as extensões, aferir as altitudes, mas também demarcar as parcelas dos terrenos, delinear as rodovias e logradouros, levantar vias para irrigação ou mesmo condução de água, são algumas aplicações da área da Agrimensura. Sobretudo, os antigos sinais da utilização da agrimensura retomam ao Antigo Egito por meio das formas da escrita, como o papiro e figuras em monumentos ou sepulturas funerárias, as quais exemplificam a aplicação desta profissão (LOCH, 2000).

Segundo Boyer (2012), a Agrimensura faz parte de um contexto da arte milenar exercitadas pelo homem. Os apontamentos da história recordam que essa ciência iniciou-se no Egito, sobretudo Heródoto (1400 a.C.) referiu-se em seus escritos os trabalhos de demarcação das terras às margens do Rio Nilo. Contudo, Faraó escolhia o agrimensor com a tarefa de estimar as perdas das situações ocorridas devido às cheias do Rio Nilo para restaurar os alcances das diferentes propriedades, percebeu-se a necessidade de aferir a jurisdição de cada pessoa. Para Loch (2007), a legalização dos limítrofes das terras de cada proprietário favorecia o cálculo para a arrecadação de impostos nessas áreas e impedia os conflitos entre indivíduos e comunidades sobre o uso dessa terra não delimitada.

No entanto, a sociedade de outras regiões, a exemplo os Etruscos e Gregos também começaram a adotar tal metodologia. Porém, os Etruscos denotaram as operações de Agrimensura de uma forma religiosa, posteriormente os romanos adotaram a mesma ideia religiosa. Segundo Espartel (1978), na civilização grega as técnicas de agrimensura eram desenvolvidas nas grandes edificações públicas, como nas construções de túneis, aquedutos, canais e outros. Essas construções ficaram registradas nos escritos, tais como a "dioptra" ou "métrica" de Héron de Alexandria, apresentando uma precisão do conhecimento da geometria e das práticas dos agrimensores da Grécia.

Contudo, a Geometria nasceu das necessidades financeiras, com intenção em contabilizar diferentes tipos de elementos. Definida em sua origem (do grego geo = terra + metria = medida, ou seja, "medir a terra"), onde facilitou na melhoria do sistema de arrecadação de impostos de áreas rurais, dessa forma os antigos egípcios deram início ao desenvolvimento da disciplina.

Sobretudo, os antigos faraós passaram a escolher empregados, os agrimensores para a tarefa de estimar os danos das cheias e restabelecer os limites das posses da população local. Os agrimensores denominados na época esticadores de corda, pois utilizavam a corda como instrumento de medidas e entrelaçadas marcavam ângulos retos, sendo assim surgiu o agrimensor com a finalidade em determinar as áreas das propriedades, dividindo-as em duas formas geométricas na época, em retângulos e triângulos (EVES, 2004). Portanto, a origem da Geometria localizou-se no Egito, pois para a edificação das pirâmides e dos mausoléus de sua civilização, foram introduzidos aspectos geométricos. Mas, neste contexto, não se deve esquecer as civilizações babilônicas, pois há comprovações do uso da Geometria em estudos mais recentes.

Diante da necessidade de aprimorar o que prontamente se conheciam, alguns matemáticos procuraram métodos que auxiliassem essas técnicas. Alguns matemáticos como Cavalieri, Barrow, Fermat e Kepler utilizavam formas incertas, que não proporcionavam exatidão. Não havia uma coerência no que eles demonstravam. Segundo Boyer (2012), quem desenvolveu o Cálculo foi Newton e Leibniz, eles uniram as técnicas já conhecidas e incertas, e lapidaram essas técnicas dando origem ao Cálculo Diferencial e ao Cálculo Integral.

Contudo, o Cálculo desenvolve expressões matemáticas que reduz e facilita a aplicação de exemplificações matemáticas, sendo uma forma simplificada de realizar as tarefas matemáticas, uma ferramenta precisa. Em seu surgimento no século XVII, o cálculo objetivava resolver quatro classes principais dos problemas científicos, tais como: determinação da reta tangente a uma curva, em um dado ponto desta; determinação do comprimento de uma curva, da área de uma região e do volume de um sólido; determinação dos valores máximo e mínimo de uma quantidade, por exemplo, as distâncias máxima e mínima de um corpo celeste a outro, ou determinar o ângulo de lançamento que proporciona alcance máximo de um projétil e, conhecendo uma fórmula que descreve a distância percorrida por um corpo, em um intervalo qualquer de tempo, pode determinar a velocidade e a aceleração desse corpo.

Neste contexto, percebe-se que a Matemática que temos hoje se deve as civilizações egípicias e aos babilônicos que obtiveram ótimos resultados em suas curiosidades e, posteriormente, fizeram com que os gregos assimilassem essas teses contribuindo com o aprimoramento da Matemática. Para Boyer (2012), os gregos foram os pioneiros na construção de uma teoria matemática, eles utilizaram as hipóteses já existentes para consolidar as suas teorias, dando origem ao primeiro livro de Matemática que ficou conhecido como "Os elementos de Euclides", onde há uma demonstração da geometria com lógica, e não uma apresentação que não faz sentido.

A principal diferença entre a matemática grega e a dos babilônicos e egipicios está no fato de que a exposta pelos gregos vem de teses já preexistentes, enquanto que a dos babilônicos e dos egípicios vem por meio de dedução, onde eram tiradas conclusões sem investigação. A Matemática que surgiu na Grécia e permaneceu até inicio do séc XVII, com o surgimento da Revolução Científica, quando a ciência deixa ser dedutiva e passa a ser científica, onde as teses deveriam ser investigadas profundamente em laboratórios e postiormente demonstrar e explicar os resultados alcançados.

Para Boyer (2012), essas mudanças ocorridas com a Revolução Científica couberam a Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz com o estabelecimento dos fundamentos do Cálculo, tornando possível a análise de problemas físicos de real importância, com precisão e rigores jamais experimentados. São estabelecidos os fundamentos da Mecânica dos Sólidos e dos Fluidos e tem início o estudo das Equações Diferenciais e Integrais.

Assim sendo, ao fazer referência a modelagem, segundo Biembengut e Hein,

> A ideia de modelagem suscita a imagem de um escultor trabalhando com argila, produzindo um objeto. Esse objeto é um modelo. O escultor munido de material – argila, técnica, intuição e criatividade – faz seu modelo, que na certa representa alguma coisa, seja real ou imaginária. Segundo o Dicionário da língua portuguesa, o termo modelo designa “uma representação de alguma coisa (uma maquete, por exemplo), um padrão ou ideal a ser alcançado (uma pessoa), ou um tipo particular dentro de uma série (um modelo de carro) (2003, p.11).

Essa tendência cria modelos que permitem a interação dos conteúdos matemáticos com propostas que possam contribuir para a capacidade de o aluno identificar “uma arte, no formular, resolver e elabora expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias” (BIEMBENGUT e HEIN, 2003, p.13). Contudo, a modelagem deve priorizar a interação, a matematização e a criação do modelo matemático, podendo ser estabelecido em diversas apresntações, ou melhor, modelos, expressões numéricas ou fómulas, gráficos ou represssentações geométricas, diagramas, equações algébricas, tabelas, programas, embalagens, construção de casas, maquetes e outros (Ibidem, 2003).

Esta pesquisa tem como fonte de informações autores conceituados no campo da Matemática e da Agrimensura, tais como: Dante. L.R, Matemática Contexto e Aplicações (2002) por se tratar de textos que os alunos utilizam no ensino médio, e Iezzi. G. (2005), que é um livro didático indicado para quem quer compreender a Matemática, pois tem uma linguagem simples e de fácil compreensão. Também são utlizados livros dos seguintes autores: Leithoud. L, O Cáculo com Geometria Analica (1994); Flemming. D, Cáculo B (1992); Os livros referente a Agrimensura tem como referencia Espartel.L, Um Curso de Topografia (1997), e livros que demonstram a Topografia aplicada à Engenharia civil como dos seguntes autores Borges.A.C (1992), Topografia aplicada a Engenharia Civil; Maia.T.C.B (2003), Topografia Para Estudandes de Arquitetura, Engenharia e Geologia.

Portanto, pretente-se fazer uma relação entre a Matemática prática por meio da topografia, demonstrando o cálculo de área e de volume, tentando aplicar aos estudantes, para que os mesmos consigam assimilar os conteúdos utilizados no dia a dia.

3. Aplicação da Pesquisa – Levantamento Topográfico

Para iniciar a pesquisa foi feito uma investigação junto aos alunos do curso de Técnico em Edificações para verificar o nível do conhecimento, a respeito do tema, para posterior demonstração de como seria o levantamento topográfico de um local para obter o valor de sua área. A abordagem de análise utilizada será a qualitativa e o tipo de ação será a pesquisa-ação (MENDONÇA e NUNES, 2003).

Segundo Mendonça e Nunes (2003, p. 72), "o método qualitativo é uma forma de entender a natureza de um fenômeno social". De acordo com os autores, o método qualitativo é usado para investigar fenômenos que não podem ser investigados pelo método quantitativo compreendendo assim, as particularidades dos comportamentos individuais. Ou seja, a abordagem qualitativa permite "perceber" as dificuldades desses alunos na geometria, mais precisamente, no conteúdo sobre áreas e volumes, e quais são os problemas de aprendizagem que eles arrastam de uma série para outra e não conseguem visualizar o conteúdo.

Também se utilizou a pesquisa-ação que, segundo Mendonça e Nunes (2003, p. 76), -é um tipo de investigação-ação que os pesquisadores e participantes estão envolvidos ativamente de modo cooperativo. Mas, Mendonça e Nunes (2003, p.76) explicam que nesse tipo de pesquisa, "embora haja um envolvimento ativo do pesquisador e das pessoas com a situação analisada, supõe uma forma de ação planejada de caráter social, educacional ou técnico".

Para desenvolver esta pesquisa escolheu-se os alunos do curso do 3º Ano Técnico de Edificações do IFG/ Câmpus Jataí por se tratar de um curso que tem na sua matriz curricular a matéria de Topografia, mas que não há um aprofundamento como na do curso de Agrimensura, a eles não é ensinada no mesmo nível que o dos estudantes de Agrimensura, que estudam esta matéria de forma mais intensa. O objetivo desta pesquisa é demonstrar, por meio de um modelo matemático prático, a determinação de áreas e volumes, e procurar demonstrar como isto pode ser feito na teoria e como poderá ser utilizado dentro da sua área quando estiver no mercado de trabalho.

Para expor o conteúdo mencionado, foram utilizadas imagens gráficas que representam as superfícies, observando os tipos de figuras que se formam e as fórmulas matemáticas que são utilizadas para representar o cálculo de área e volume de cada superfície. Posteriormente, foi feita uma explanação sobre o que é Agrimensura e suas áreas de atuação, ademais se demonstrou como é feito um levantamento topográfico, e os vários tipos de equipamentos que podem ser utilizados, assim como que um Agrimensor (topógrafo) chega ao valor da área na prática utilizando a Matemática e *softwares* específicos da topografia que também chegam aos mesmos resultados.

4. Resultados Preliminares

Na Agrimensura são utilizadas várias fórmulas matemáticas para calcular o valor de área, contudo para obter este valor é necessário fazer um levantamento topográfico do local onde se deseja determinar o valor da mesma, conhecendo assim os valores de suas coordenadas (x;y) e o valor da distância entre cada ponto, como pode observar nas figura 01.

Portanto, inicialmente foi apresentado o exemplo abaixo, em conformidade com os objetivos almejados. Dessa forma, o discente deparou-se com a modelagem explanada. Com base nesses modelos, os alunos tiveram uma capacidade em compreender na prática o que se pretende com o conteúdo programático visto nesta etapa do ensino e aprendizagem.

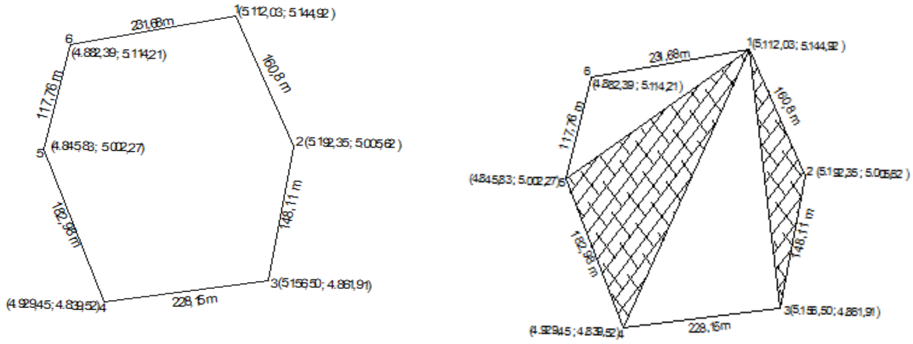

Figura 01: Representação gráfica de uma área plana e projeções dos sólidos

Sendo assim, basta dividir a área levantada (figura 01) em triângulos, e determinar a distância entre os pontos utilizando as coordenadas de cada vértice que foram levantadas, obtendo assim os valores de cada lado dos triângulos. Como é apresentado na figura 2, pode se observar a formação do Δ123, Δ134, Δ145 e do Δ156, cujas distâncias, 1-4, 1-5 são desconhecidas.

Como conhecemos as coordenadas de cada vértice podemos calcular essas distâncias que são desconhecidas utilizando a equação que determina a distância entre dois pontos, que consiste em retirar a raiz quadrada da diferença das abscissas elevada ao quadrado mais a soma da diferença das ordenas elevada ao quadrado, essa equação pode ser representada da seguinte maneira:

$$D_{2-1} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

Onde:

$D_{2\text{-}1}$= distância entre os pontos 2 e 1;

X_2 e X_1 = abscissa dos pontos 2 e 1;

Y_2 e Y_1 = ordenada dos pontos 2 e 1;

Nesse casso necessita conhecer as seguintes distâncias, 1-3, 1-4 e 1-5, onde as abscissas e as ordenadas dos pontos 1,3,4 e 5 são conhecidas. Então:

$$D_{1-3} = \sqrt{(X_3 - X_1)^2 + (Y_3 - Y_1)^2}$$

$$D_{1-3} = \sqrt{(5.156{,}50 - 5.112{,}03\,)^2 + (4.861{,}91 - 5.144{,}92)^2}$$

$$D_{1-3} = \sqrt{(44{,}72\,)^2 + (-283{,}01)^2}$$

$$D_{1-3} = \sqrt{1.977{,}58 + 80.094{,}66}$$

$$D_{1-3} = \sqrt{\ 82.072{,}24}$$

$$D_{1-3} = 286{,}48\ \text{m}$$

$$D_{1-4} = \sqrt{(X_4 - X_1)^2 + (Y_4 - Y_1)^2}$$

$$D_{1-4} = \sqrt{(4.929{,}45 - 5.112{,}03\,)^2 + (4.839{,}52 - 5.144{,}92)^2}$$

$$D_{1-4} = \sqrt{(-182{,}58\,)^2 + (-305{,}40)^2}$$

$$D_{1-4} = \sqrt{33.335{,}45 + 93.269{,}16}$$

$$D_{1-4} = \sqrt{\ 126.604{,}62}$$

$$D_{1-4} = 355{,}81\ m$$

$$D_{1-5} = \sqrt{(X_5 - X_1)^2 + (Y_5 - Y_1)^2}$$

$$D_{1-5} = \sqrt{(4.845{,}83 - 5.112{,}03\,)^2 + (5.002{,}27 - 5.144{,}92)^2}$$

$$D_{1-5} = \sqrt{(-266{,}20\,)^2 + (-142{,}65)^2}$$

$$D_{1-5} = \sqrt{70.862{,}44 + 20.349{,}02}$$

$$D_{1-5} = \sqrt{\ 91.211{,}46}$$

$D_{1-5} = 355{,}81\ m$

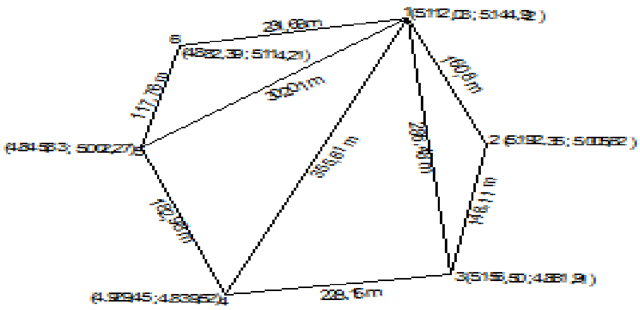

Figura 02: representação gráfica para o cálculo do perímetro

Após calcular tais distâncias têm-se os valores de todos os lados dos triângulos que se formou no interior da figura 01, com todas essas distâncias conhecidas pode-se calcular o perímetro dos triângulos. O perímetro é calculado somando todos os lados dos triângulos (figura 02), conhecendo os valores do perímetro se obtém também o valor do semiperímetro que consiste na metade na metade do perímetro do triângulo.

$P = D_{1\text{-}2} + D_{2\text{-}3} + D_{3\text{-}1}$

$SP = \dfrac{P}{2}$

P = perímetro

D = distância entre os pontos

SP = semiperímetro

$SP_{\Delta 1231} = \dfrac{(160{,}8 + 148{,}11 + 286{,}48)}{2} = 297{,}70\ m$

$SP_{\Delta 1341} = \dfrac{(286{,}48 + 228{,}15 + 355{,}81)}{2} = 435{,}22\ m$

$SP_{\Delta 1451} = \dfrac{(355{,}81 + 182{,}98 + 302{,}01)}{2} = 419{,}90\ m$

$SP_{\Delta 1561} = \dfrac{(302{,}01 + 117{,}76 + 231{,}68)}{2} = 325{,}83m$

Conhecendo o valor do semiperímetro e a distância (medida) entre cada lado, calcula-se a área de cada triângulo extraindo a raiz quadrada do produto do semiperímetro do triângulo pela diferença do semiperímetro do triângulo e as distâncias dos pontos que representam cada vértice.

Ou seja, área é igual a:

$$A = \sqrt{SP_\Delta\,(SP_\Delta - D_{12})(SP_\Delta - D_{23})(SP_\Delta - D_{31})}$$

$A_{\Delta1231}$=√($SPS_{\Delta1231}$($SPS_{\Delta1231}$-D_{12})($SPS_{\Delta1231}$-D_{23})($SP_{\Delta1231}$-D_{31}))

$A_{\Delta1231}$=√ (297,70(297,70 – 160,8)(297,7 – 148,11)(297,90 – 286,48))

$A_{\Delta1231}$ =√68403402,04

$A_{\Delta1231}$ = 8270,63 m²

$A_{\Delta1341}$=√($SPS_{\Delta1341}$($SPS_{\Delta1341}$-D_{13})($SPS_{\Delta1341}$-D_{34})($SP_{\Delta1341}$-D_{41}))

$A_{\Delta1341}$ = √(435,22(435,22 – 286,48)(435,22 – 228,15)(435,22 – 355,81))

$A_{\Delta1341}$ = √ 1064459154,43

$A_{\Delta1341}$ = 32.626,05 m²

$A_{\Delta1451}$=√($SPS_{\Delta1451}$($SPS_{\Delta1451}$-D_{14})($SPS_{\Delta1451}$-D_{45})($SP_{\Delta1451}$-D_{51}))

$A_{\Delta1451}$ = √(419,90(419,90 – 355,81)(419,90 – 182,98)(419,90 – 302,01))

$A_{\Delta1451}$ = √ 751648574,03

$A_{\Delta1451}$ = 27416,21 m²

$A_{\Delta1561}$=√($SPS_{\Delta1561}$($SPS_{\Delta1561}$-D_{15})($SPS_{\Delta1561}$-D_{56})($SP_{\Delta1561}$-D_{61}))

$A_{\Delta1451}$ = √(325,83(325,83 – 302,01)(325,83 – 117,76)(325,83 – 231,68))

$A_{\Delta1451}$ = √ 151123476,5

$A_{\Delta1451}$ = 12.293,23 m²

Com o valor da área de cada triângulo é possível determinar a área total da propriedade que foi levantada basta somar os valores encontrados em cada triângulo.

At = $A_{\Delta1231}$ + $A_{\Delta1341}$ + $A_{\Delta1451}$ + $A_{\Delta1451}$

A_t = 8270,63 + 32.626,05 + 27416,21 + 12.293,23

A_t = 80.606,12 m³

Portanto, nesta aplicação não se registrou dificuldades nem com a teoria e nem com a prática. Entretanto, o que se apresenta neste artigo é um resultado preliminar, pois terão outras atividades que fornecerão mais embasamento para finalizar e determinar os resultados definitivos. Mas, nos resultados preliminares percebeu-se uma assimilação rápida e interativa com a modelagem apresentada, e para concluir a modelagem exemplifica com mais qualidade e permite uma rápida associação dos elementos estudados.

5. Considerações Finais

O ensino aliado a questionamentos, tais como: para quê serve? Para quê aprender esse conteúdo? E como utilizá-lo de forma prática e contextualizada, produzirá várias formas de adequar à abstração matemática em uma simples prática do que foi apresentado. Pois, à medida que se concretiza o que se ensina,permite-se, ao aluno, uma assimilação e, consequentemente, uma aprendizagem dos conteúdos tornando-a mais permanente.

A prática docente, no mundo contemporâneo, exige alternativas para que o docente possa aprender em menor tempo e com mais qualidade, visto que os comportamentos do discente atualmente, não sugerem mais um ensino baseado somente em livros didáticos, ou seja, tradicionalmente.

É necessário, estabelecer uma dosagem do que se pode modelar na prática, pois existem conteúdos que não há como sair da abstração, mas quando o conteúdo programático possa permitir esse recurso, é muito favorável à associação com as demais ciências, e com essa interação, produzindo um conhecimento constante.

6. Referências

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

BORGES, Alberto C. **Topografia aplicada à engenharia civil**. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1992.

BOYER, C.B; **História da matemática.** São Paulo: Edgard Blucher, 2012.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**, vol.s 1, 2 e 3. Ensino Médio. São Paulo: Ática, 2002.

ESPARTEL, L**. Curso de topografia**. 9 ed. Rio de Janeiro: Globo, 1987.

EVES. H. **Introdução a história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.

FLEMING, D. M; GONÇALVES, M. B. **Cálculo B**. São Paulo: Person, 1992.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**, 7: geometria analítica. 5. ed. São Paulo : Atual, 2005.

LEITHOUD, L. **Cálculo com geometria analítica**. Tradução: Ciro de Carvalho Patarra. 3 ed. São Paulo: Harbra, 1994.

LOCH, C. **Topografia contemporânea:** planimetria**.** Colaboração de Jucilei Cordini. 2ª ed. Florianópolis: UFSC, 2000.

LOCH, C; ERBA, D.A. **Cadastro técnico multifinalitário:** rural e urbano. Cambridge, MA: Lincoln Institute of Land Policy, 2007.

MAIA, T. C. B. **Topografia para estudantes de arquitetura, engenharia e geologia**, São Leopoldo: Unisinos, 2003.

MENDONÇA. A.F; NUNES. H.P; REGINO. S.M; ROCHA. C.R.R; **Metodologia científica, guia para elaboração e apresentação de trabalhos acadêmicos.** Goiânia**,** Faculdades Alfa, 2003.