

Funções geradoras do traço graduado da álgebra associada ao grafo $\Gamma_{8,3}$

João Celso Leite Ribeiro Filho
José Eder Salvador de Vasconcelos

PIBIT
GOIÂNIA
JOSE.VASCONCELOS@IFG.EDU.BR

Palavras-chave: Grafos orientados em níveis, Álgebras associadas a grafos, Polígono estrelado, Funções geradoras do traço graduado.

Introdução

Para todo grafo orientado em níveis associamos uma álgebra $A(\Gamma)$ definida por geradores e relações, cujo conjunto de geradores são as arestas do grafo e as relações são definidas associando cada caminho no grafo a um polinômio com coeficientes na álgebra associativa livre sobre o conjunto de arestas e determinando que polinômios dados por caminhos conectando o mesmo par de vértices são iguais.

Gelfand et al. (2005) definiram uma nova classe de álgebras associadas a grafos orientados em níveis, $A(\Gamma)$. Caldeira, Lima e Vasconcelos (2019) determinaram as funções geradoras do traço graduado de $\text{Aut}(A(\Gamma))$ atuando nas álgebras associadas ao grafo de Hasse do conjunto parcialmente ordenados das faces do polígono estrelado $P_{n,2}$.

Objetivamente determinamos as funções geradoras do traço graduado da álgebra associada ao grafo do conjunto parcialmente ordenado das faces do polígono estrelado $P_{8,3}$.

Metodologia

Estudos individuais, encontros semanais para orientações e leituras de artigos relacionados à área.

Resultados e Discussão

Teorema. Uma base B de $A(\Gamma_{8,3})$ consiste de “star” e do conjunto de todas as palavras em $u, v_{\{ii+1\}}, v_{\{ii+3\}}, w_i$ tais que as seguintes condições são válidas: as subpalavras $v_{\{ii+1\}}w_j$ ocorrem somente se $j \leq i + 1$, $v_{\{ii+3\}}w_j$ ocorrem se $j \leq i + 3$. As subpalavras $uv_{\{ii+1\}}$ ocorrem somente se $i=1$, e as subpalavras $uv_{\{ii+1\}}w_j$ ocorrem somente se $i=j=1$.

Teorema. $\text{Aut}(A(\Gamma_{8,3})) = D_8$.

As classes de conjugação de D_8 são as seguintes:

$$\{r^i \mid r = (12 \dots n), 1 \leq 1 \leq 8\}.$$

O resultado principal da pesquisa é o seguinte:

Teorema. As funções geradoras do traço graduado de $\text{Aut}(A(\Gamma_{8,3}))$ atuando $A(\Gamma_{8,3})$ são dadas por

$$\begin{aligned} i) \quad & \text{Tr}_{\text{id}}(A(\Gamma_{8,3}), t) = \frac{1-t}{9t^4 - 40t^3 + 56t^2 - 26t + 1}; \\ ii) \quad & \text{Tr}_{r^i}(A(\Gamma_{8,3}), t) = \frac{1-t}{1-t-t^2-t^3}; \end{aligned}$$

Conclusões

A partir dos estudos desenvolvidos, especialmente, por Caldeira, Lima e Vasconcelos (2019) e Duffy (2009), realizamos o estudo das funções geradoras do traço graduado de $\text{Aut}(A(\Gamma_{8,3}))$ agindo em $A(\Gamma_{8,3})$. Para isso foi necessário determinar uma base para essa álgebra, encontrar o grupo de automorfismos do grafo $\Gamma_{8,3}$, reproduzindo o que fizeream Caldeira, Lima e Vasconcelos (2019) com o grafo Γ_δ . Calculamos a série de Hilbert da álgebra $A(\Gamma_{8,3})$ e, posteriormente, os grafos $(\Gamma_{8,3})^\sigma$ com σ pertencendo a $\text{Aut}(A(\Gamma_{8,3}))$. Finalmente encontramos as funções geradoras do traço graduado de $\text{Aut}(A(\Gamma_{8,3}))$ agindo em $A(\Gamma_{8,3})$, isto é, $\text{Tr}_\sigma(A(\Gamma_{8,3}), t)$.

Referências Bibliográficas

Caldeira, J.; Lima, A. D. S.; Vasconcelos, J. E. S. D. *Representations of automorphism groups of algebras associated to star polygons*. Journal of Algebra and Its Applications, World Scientific, p. 195 – 1974, 2019.

Duffy, C. *Representations of $\text{Aut}(A(\Gamma))$ acting on homogeneous components of $A(\Gamma)$ and $A(\Gamma)!$* . Advances in Applied Mathematics, 42 (1), 94-122.

Froberg, R. *Koszul Algebras. Lecture notes in pure and applied mathematics*, MARCEL DEKKER AG, p. 337–350, 1999.

Gelfand, I. et al. *On a class of algebras associated to directed graphs*. Selecta Mathematica, Springer, v. 11, n. 2, p. 281, 2005.