16° SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA DO IFG

Potenciais Aplicações das Superfícies Weingarten

Augusto Soares Farias
Laredo Rennan Pereira Santos

PIBIC
CAMPUS FORMOSA
LAREDO.SANTOS@IFG.EDU.BR

Palavras-chave: *Superfícies Weingarten. Curvaturas principais. Desenho assistido por computador*

Introdução

As superfícies Weingarten foram introduzidas no século XIX e são definidas como aquelas que possuem uma relação diferenciável identicamente nula entre suas curvaturas principais. Possuem uma ampla gama de aplicações em várias áreas do conhecimento. Na engenharia, por exemplo, tem aplicabilidade no design e na análise de estruturas arquitetônicas complexas, como cúpulas e abóbodas. Este trabalho visa explorar suas potenciais aplicações em desenho assistido por computador (CAGD, em inglês).

Metodologia

O trabalho consistiu de uma revisão de literatura, abordando uma condição para detecção de superfícies Weingarten e a descrição de suas características que as tornam atrativas para uso em CAGD.

Resultados e Discussão

1. O primeiro resultado trata da *condição Jacobiana* para as superfícies Weingarten, dada por

$$\frac{\partial(k_1,k_2)}{\partial(u,v)} = \frac{\partial k_1}{\partial u}\frac{\partial k_2}{\partial v} - \frac{\partial k_1}{\partial v}\frac{\partial k_2}{\partial u} = 0$$

onde k_1 e k_2 indicam as curvaturas principais da superfície. Assim, uma superfície Weingarten satisfaz a condição acima e qualquer superfície que a satisfaz é Weingarten.

2. A principal característica que torna as superfícies Weingarten atrativas para uso em CAGD é a substancial diminuição de cálculos para parâmetros, como a curvatura principal. Isso porque necessitam somente do cálculo de uma das curvaturas principais da superfície. A relação Weingarten fornece uma expressão do tipo $k_2 = g(k_1)$, o que mitiga os cálculos. Também mostramos como determinar uma relação deste tipo quando nenhuma é conhecida.

3. Mostramos que qualquer superfície de revolução, cuja parametrização é

$$r(u,v) = (f(u)\cos v, f(u)\,\mathrm{sen}\, v, g(u))$$

onde *f* e *g* são diferenciáveis, é uma superfície Weingarten. Isto fornece uma infinidade de exemplos de superfícies Weingarten.

4. Verificamos que o helicoide, parametrizado por

$$r(u,v) = (v\cos u, v\,\mathrm{sen}\, u, bu)$$

onde $0 < u < 2\pi$, $0 < v < 1$ e *b* é uma constante, é uma superfície Weingarten. Mostramos que este também é um exemplo de superfície mínima. Abaixo segue um esboço do traço do helicoide.

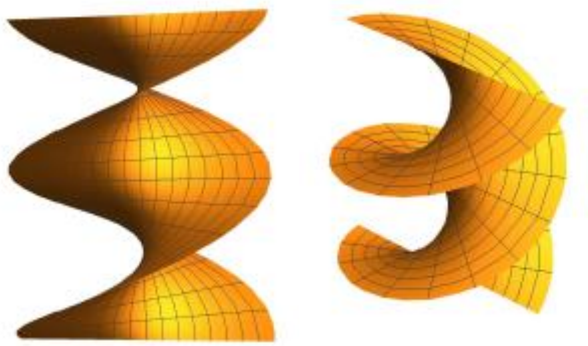

Figura 1. Helicoide para *b*=1

Conclusões

Cálculos em CAGD onde controle de formas é importante são extremamente extensos e exigem muito do processador de um computador. Neste contexto, as superfícies Weingarten se tornam vantajosas por diminuir consideravelmente os cálculos, como o das curvaturas.

Referências Bibliográficas

Van Brunt, B.; Grant, K.; *Computer Aided Geometric Design* 13, 569-582, 1996.

Tenenblat, K.; *Introdução à Geometria Diferencial* 2° edição, São Paulo, 2008.