

MODELAGEM MATEMÁTICA COM EDOs em PROBLEMAS DA ENGENHARIA Civil

Anny Caroliny Ferreira de Almeida
Eloisa Aparecida da Silva Ávila
Hiuri Felliipe Santos dos Reis

PIBIC/PIBIC-AF
CÂMPUS URUAÇU
eloisa.avila@ifg.edu.br
hiuri_reis@ufg.br

Palavras-chave: engenharia civil. equações diferenciais ordinárias. modelagem matemática.

Introdução

A modelagem matemática envolve a conversão de situações concretas de diversas áreas do conhecimento em modelos matemáticos. Essa abordagem busca traduzir as questões para a linguagem dos números, gráficos, equações e proposições, com o objetivo de encontrar soluções que possam ser reinterpretadas em termos das situações originais trazendo inúmeras vantagens para sua análise.

Metodologia

Foi realizado um levantamento na literatura com respeito as modelagens matemáticas com equações diferenciais ordinárias aplicados na engenharia civil, selecionando os mais utilizados. Posteriormente estudamos as técnicas e métodos que são aplicados para encontrar as soluções. Por fim, analisamos e interpretamos como os resultados obtidos podem contribuir na aplicação concreta.

Resultados e Discussão

Temperatura em um Prédio (KREYSZIG, 2008)

Suponha que em um prédio às 22h a temperatura era 70°F e o aquecedor foi desligado. Às 2h, a temperatura no interior do prédio era de 65°F. No exterior a temperatura permaneceu a 45°F. Qual era a temperatura dentro do prédio às 6h da manhã?

Resolução: Segundo a Lei de Resfriamento de Newton $T' = k(T - T_A)$.

Temos que a temperatura ambiente $T_A = 45^\circ F$. Assim

$$\frac{dT}{T-45} = k dt \Rightarrow \ln|T - 45| = kt + c^*,$$

então $T(t) = 45 + ce^{kt}$ ($c = e^{c^*}$).

Pelas condições $T(0) = 70^\circ F$ e $T(4) = 65^\circ$, temos

$$T_p(t) = 45 + 25e^{-0,056t}.$$

Como 6h da manhã corresponde a $t = 8$ (8 horas após as 10h da manhã), concluímos que

$$T_p(8) = 45 + 25e^{-0,056 \cdot 8} = 61 [^\circ F].$$

Circuito Elétrico (ARAÚJO, 2014): Considere o circuito RLC apresentado abaixo. Com base nos dados determine a expressão que representa a corrente em função do tempo para um tempo $0 \leq t$. Note que $I_L(0) = 4A$ e que $V_C(0) = -4V$.

Resolução: Pela Lei de Kirchhoff das Tensões

$$LI'' + RI' + \frac{I}{C} = E'(t)$$

Como o circuito não possui fonte de tensão, o que implica que a função $E(t) = 0$. Assim,

$$I'' + 6I' + 25I = 0$$

Cuja equação característica e autovalores são:

$$\lambda^2 + 6\lambda + 25 = 0, \text{ então } \lambda = -3 \pm 4i$$

Portanto,

$$I(t) = e^{-3t}(c_1 \cos 4t + c_2 \sen 4t)$$

Usando as condições iniciais, concluímos que

$$I(t) = e^{-3t}(4 \cos(4t) - 2 \sen(4t)) \quad (6)$$

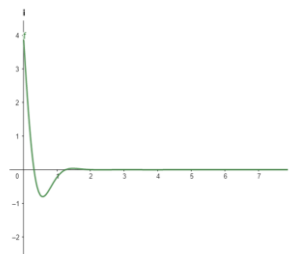


Gráfico 1: Corrente em relação ao tempo.

Conclusões

Concluímos que as EDOs auxiliam na resolução de problemas de Engenharia, contribuindo para o desenvolvimento da engenharia e melhorando a técnicas e métodos usados na construção civil.

Referências Bibliográficas

ARAÚJO, C. Equações diferenciais aplicadas em circuitos elétricos, dissertação (Micenciatura em Matemática).

KREYSZIG, Erwin. Matemática Superior Para Engenharia. Volume 1. Grupo Gen-LTC, 2008.

FERRUZZI, E.; Almeida, L., Modelagem Matemática no ensino de Matemática para engenharia. R. Bras. de Ensino de C&T, vol 6, núm. 1, p. 153-172, 2013.