

# Estudo das Equações Diferença e Aplicações na Economia e Dinâmica Populacional

Gabriel Carneiro Nunes da Silva  
Hugo Leonardo da Silva Belisário

PIBIC-EM  
CÂMPUS GOIÂNIA  
HUGO.BELISARIO@IFG.EDU.BR

**Palavras-chave:** Equações Diferença. Dinâmica Populacional. Economia

## Introdução

As equações diferença são ferramentas usadas para modelar situações de variação discreta. No presente trabalho, as estudamos como meio para a modelagem de fenômenos econômicos e demográficos, especificamente os modelos do Mapa Logístico e do Modelo de Teia de Aranha.

## Metodologia

A partir de ferramentas matemáticas da álgebra linear e da análise, buscamos compreender a modelagem matemática da dinâmica de populações e das flutuações na formação de preços de equilíbrio.

## Resultados e Discussão

Em muitos fenômenos é impossível interpretar os dados que captamos como algo contínuo, pois a forma que os obtemos é discreta, ou seja, de instante em instante. Nesses casos, a modelagem por meio de uma equação diferencial pode não ser adequada, e daí surge a necessidade das equações diferença. Uma equação diferença é uma equação cuja incógnita é uma sequência ordenada de números reais, na qual podemos descobrir um termo em função de seus antecessores.

Particularmente interessantes são os comportamentos assintóticos das equações diferença e os meios que temos para manipulá-las. Por causa disso, em muitos estudos que envolvem comportamentos cíclicos, estáveis, instáveis ou até mesmo caóticos, as equações diferença são melhores em modelá-los.

Exemplos desses comportamentos encontram-se frequentemente na Dinâmica Populacional e na Economia, dentre os quais destacamos o mapa logístico e o modelo de teia de aranha.

O mapa logístico é um modelo populacional originado da “discretização” de uma equação diferencial. Suas aplicações são primariamente em populações de animais ou bactérias, mas também existem aplicações à demografia. Um dos motivos pelo qual o

mapa logístico é tão conhecido é porque o seu comportamento é extremamente rico, contendo diversos exemplos e características úteis para o estudo de sistemas dinâmicos, como mostra a figura.

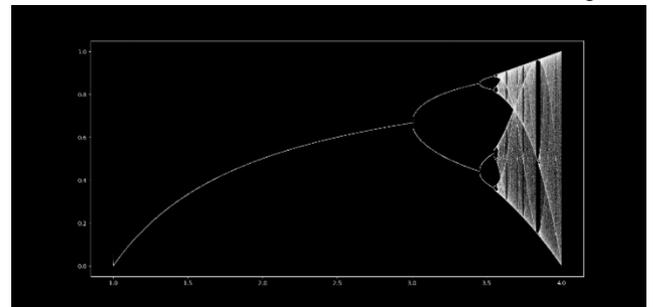


Figura 1. Bifurcações do mapa logístico

Já o modelo de teia de aranha foi criado pelo economista Henry Moore no início do século XX para compreender a dinâmica dos preços e da existência (ou não) da estabilidade do mercado, ou seja, se o preço de equilíbrio será atingido ou não. Inicialmente, o modelo era composto de equações diferença de primeira ordem, mas a evolução que se seguiu foi tamanha que ainda hoje ele é estudado, com um ferramental matemático bem mais amplo.

## Conclusões

Apesar das limitações dos modelos estudados, eles permanecem adequados para o estudo da formação e evolução assintótica de diversos fenômenos complicados que envolvem variações discretas no tempo.

## Referências Bibliográficas

- Elaydi, S. An Introduction to Difference Equations, 3ª edição, Nova Iorque, Springer, 2005.
- Poitras, G. Cobweb theory, market stability and price expectations, Journal of the History of Economic Thought, v. 45, 137-161, 2023.
- Bacaër, N. A Short History of Mathematical Population Dynamics. 1ª edição, Londres, Springer, 2010.