

# Estudo das Equações Diferença e Aplicações na Economia e Dinâmica Populacional

Gabriel Carneiro Nunes da Silva  
Hugo Leonardo da Silva Belisário

PIBIC-EM  
CÂMPUS GOIÂNIA  
HUGO.BELISARIO@IFG.EDU.BR

**Palavras-chave:** Equações Diferença. Dinâmica Populacional. Economia

## Introdução

As equações diferença são ferramentas usadas para modelar situações de variação discreta. No presente trabalho, as estudamos como meio para a modelagem de fenômenos econômicos e demográficos, especificamente os modelos do Mapa Logístico e do Modelo de Teia de Aranha.

## Metodologia

A partir de ferramentas matemáticas da álgebra linear e da análise, buscamos compreender a modelagem matemática da dinâmica de populações e das flutuações na formação de preços de equilíbrio.

## Resultados e Discussão

Em muitos fenômenos é impossível interpretar os dados que captamos como algo contínuo, pois a forma que os obtemos é discreta, ou seja, de instante em instante. Nesses casos, a modelagem por meio de uma equação diferencial pode não ser adequada, e daí surge a necessidade das equações diferença. Uma equação diferença é uma equação cuja incógnita é uma sequência ordenada de números reais, na qual podemos descobrir um termo em função de seus antecessores.

Particularmente interessantes são os comportamentos assintóticos das equações diferença e os meios que temos para manipulá-las. Por causa disso, em muitos estudos que envolvem comportamentos cíclicos, estáveis, instáveis ou até mesmo caóticos, as equações diferença são melhores em modelá-los.

Exemplos desses comportamentos encontram-se frequentemente na Dinâmica Populacional e na Economia, dentre os quais destacamos o mapa logístico e o modelo de teia de aranha.

O mapa logístico é um modelo populacional originado da “discretização” de uma equação diferencial. Suas aplicações são primariamente em populações de animais ou bactérias, mas também existem aplicações à demografia. Um dos motivos pelo qual o

mapa logístico é tão conhecido é porque o seu comportamento é extremamente rico, contendo diversos exemplos e características úteis para o estudo de sistemas dinâmicos, como mostra a figura.

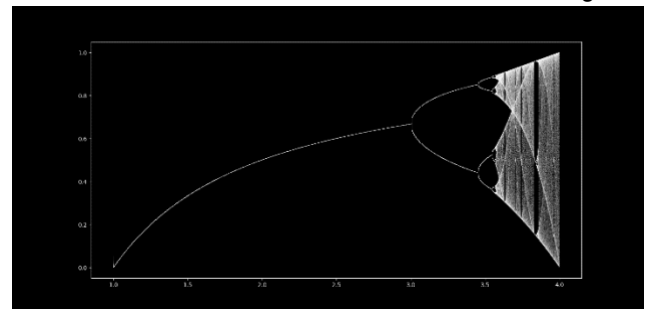


Figura 1. Bifurcações do mapa logístico

Já o modelo de teia de aranha foi criado pelo economista Henry Moore no início do século XX para compreender a dinâmica dos preços e da existência (ou não) da estabilidade do mercado, ou seja, se o preço de equilíbrio será atingido ou não. Inicialmente, o modelo era composto de equações diferença de primeira ordem, mas a evolução que se seguiu foi tamanha que ainda hoje ele é estudado, com um ferramental matemático bem mais amplo.

## Conclusões

Apesar das limitações dos modelos estudados, eles permanecem adequados para o estudo da formação e evolução assintótica de diversos fenômenos complicados que envolvem variações discretas no tempo.

## Referências Bibliográficas

Elaydi, S. An Introduction to Difference Equations, 3ª edição, Nova Iorque, Springer, 2005.

Poitras, G. Cobweb theory, market stability and price expectations, Journal of the History of Economic Thought, v. 45, 137-161, 2023.

Bacaër, N. A Short History of Mathematical Population Dynamics. 1ª edição, Londres, Springer, 2010.