15° Seminário
de Iniciação Científica e Tecnológica

Cálculo Diferencial e Integral restrito a Polinômios

Maria Eduarda Assunção (IC), Ubirajara Castro (PQ)

PIBIC-EM
Câmpus Cidade de Goiás
** eduarda.souza@estudantes.ifg.edu.br; ubirajara.castro@ifg.edu.br*

***Palavras Chave**: polinômios; derivada; integral; limites; função polynomial.*

Introdução

Nesse trabalho estudamos o cálculo do limite, da derivada e da integral de funções polinomiais a uma variável real. O Cálculo é uma das ferramentas matemáticas mais utilizada nas mais diversas áreas da ciência, incluindo a física, a química, a biologia, para citar algumas.

Metodologia

Para fazer este trabalho foi-se feito uma pesquisa bibliográfica e a utilização de softwares de computação algébrica.

Resultados e Discussão

Definição 0: Uma função f a valores reais é dita polinomial se for do tipo,

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n,$$

com $a_n \neq 0$.

Definição 1: Suponha que $f(x)$ seja definido quando x está próximo ao número a. (Isso quer dizer que a pertence ou não ao domínio de f.) Então escrevemos

$$\lim_{x \to a} f(x) = L,$$

e dizemos "o limite de $f(x)$, quando x tende a a, é igual a L" se pudermos tornar os valores de $f(x)$ arbitrariamente próximos de L, tornando x suficientemente próximo de a, mas não igual a a.

Em outras palavras, o valor de $f(x)$ tende a ficar próximo de L quando x tende a ficar próximo de a.

Definição 3: A derivada de uma função f em um número a, denotada por $f'(a)$, é o limite

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a},$$

se o limite existir.

A interpretação geométrica da derivada de uma função no ponto a é que $f'(a)$ é o limite das inclinações das retas secantes ao gráfico de f que passam pelo ponto $(a, f(a))$ quando x tende a a. Esse limite é justamente a inclinação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $\big(a, f(a)\big)$.

Definição 4: Uma função F é denominada uma *primitiva* (ou *antiderivada*) de f se $F'(x) = f(x)$.

Teorema 1: Se F é uma primitiva de f, então a primitiva mais geral de f é

$$F(x) + C,$$

onde C é uma constante qualquer.

A operação de calcular uma primitiva de uma função polinomial qualquer é chamada *antidiferenciação* e é denotada por

$$\int f(x)dx = F(x) + C.$$

Definição 5: A integral definida da função polinomial f no intervalo $[a, b]$ é dada por

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\Delta x.$$

Primeiro Teorema Fundamental do Cálculo: Seja f uma função polinomial restrita ao intervalo $[a, b]$. Então a função g definida por

$$g(x) = \int_a^x f(t)dt,$$

é derivável e sua derivada é $g'(x) = f(x)$.

Segundo Teorema Fundamental do Cálculo: Seja f uma função polinomial definida em $[a, b]$. Então

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a),$$

Onde F é qualquer primitiva da função f, isto é, uma função tal que $F' = f$.

Conclusões

É indiscutível o poder do Cálculo no estudo do comportamento de funções. No caso de funções polinomiais o tratamento é mais simples, uma vez que essas funções são "comportadas", isto é, contínuas, podendo ser derivadas e integradas quantas vezes precisarmos.

Agradecimentos

Gostaríamos de agradecer ao IFG – Cidade de Goiás pela oportunidade de realizar essa pesquisa e ao CNPQ pelo auxílio financeiro.

___

Referências

1) Geraldo Ávila. Cálculo 1: funções de uma variável. LTC, 1981.
2) Louis Leithold: O Cálculo com Geometria Analítica, vol. 1, editora Harbra Ltda.
3) James Stewart: Cálculo, Cengage Learning, 2017.