sict SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA DO IFG

Estudo de sequências recorrentes lineares com ênfase nas sequências de Fibonacci e Lucas

MESQUITA, Nathália Rebeka Rodrigues
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Valparaíso.

OLIVEIRA, Anderson Felipe Rodrigues de
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Valparaíso.

MIRANDA, Bruno de Paula
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Valparaíso.

As sequências recorrentes constituem uma importante ferramenta matemática para descrever processos nos quais cada termo é determinado a partir de termos anteriores, estabelecendo conexões com diferentes áreas da Matemática. Nesse contexto, o presente trabalho apresenta os resultados de um projeto de Iniciação Científica (PIBIC) desenvolvido com o objetivo de estudar sequências recorrentes lineares com coeficientes constantes, com ênfase nas recorrências de segunda ordem e, particularmente, nas sequências de Fibonacci e de Lucas. A pesquisa foi desenvolvida por meio de uma abordagem teórica, envolvendo revisão bibliográfica, estudo dirigido dos conceitos e pré-requisitos necessários e discussão e demonstração de propriedades matemáticas. Inicialmente, foram estudadas as definições de sequências recorrentes e sua relação com o Princípio de Indução Finita, utilizado na demonstração de diferentes propriedades. A sequência de Fibonacci foi explorada a partir de sua definição por recorrência, de interpretações combinatórias e de identidades envolvendo somas, produtos e propriedades de divisibilidade de seus termos. Também foram investigadas relações com o triângulo de Pascal e com o número de ouro. O estudo avançou para a obtenção de fórmulas

fechadas para sequências recorrentes lineares de segunda ordem, utilizando as raízes da equação característica associada à recorrência. Essa abordagem possibilitou a obtenção da fórmula de Binet para os números de Fibonacci e de uma expressão fechada para os números de Lucas, evidenciando ainda relações entre as duas sequências. Posteriormente, foram estudadas funções geradoras como um método alternativo para a resolução de relações de recorrência, associando às sequências séries de potências e transformando as recorrências em equações algébricas. A aplicação desse procedimento à sequência de Fibonacci permitiu recuperar a fórmula de Binet por uma segunda abordagem. Como resultados, o estudo permitiu estabelecer conexões entre recorrências, indução matemática, progressões geométricas, combinatória e séries de potências, além de possibilitar a formulação e demonstração de diferentes propriedades das sequências investigadas. Conclui-se que a abordagem das sequências de Fibonacci e Lucas por diferentes perspectivas favoreceu o aprofundamento do estudo das recorrências lineares e evidenciou como diferentes ferramentas matemáticas podem convergir para a investigação de um mesmo objeto.

Palavras-chave

Sequências recorrentes; Sequência de Fibonacci; Sequência de Lucas; Funções geradoras; Indução matemática.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.