
Relações entre competências, escalas e resolução de problemas do exame de Matemática do Enem

Relations between skills, scales and problem solving in ENEM's Mathematics exam

Relaciones entre competencias, escalas y resolución de problemas del examen Enem de Matemáticas

Jean Piton-Gonçalves

Universidade Federal de São Carlos (UFScar)

jpiton@ufscar.br

Laura Rodrigues Xavier

Universidade Federal de São Carlos (UFScar)

x.r.laura@gmail.com

Resumo

Este artigo propõe uma classificação de itens de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) pautado em elementos da Resolução de Problemas, identificando as relações entre esses elementos e as Competências da Matriz de Referência do Enem combinadas com as Classes de Complexidade, que é um dos resultados dessa pesquisa. Na perspectiva da pesquisa quali-quantitativa, investigou-se a existência de relações entre as características dos itens de Matemática do Enem edição 2012 e os aspectos da dificuldade dos itens respondidos pelo candidato, calculada a partir de 4.093.459 candidatos válidos. Partindo do Mapa de Itens, da Resolução de Problemas de Polya, das Matrizes de Referência do Enem e da escala de proficiência e habilidades do exame de Matemática. Os resultados pautados na análise de itens mostram que a dificuldade do item não está diretamente relacionada com o conteúdo abordado, mas sim com sua estrutura de resolução. Os tipos de problemas indicam que, quanto maior for a quantidade de procedimentos e conteúdos envolvidos na resolução, maior é a proficiência na escala de Matemática.

Palavras-chave: Exame Nacional do Ensino Médio. Resolução de Problemas. Mapa de itens. Escala de Proficiência.

Abstract

This article proposes a classification of ENEM Math items based on Problem Solving, identifying the Relations between these elements and the Competencies of the ENEM Reference Matrix combined with the Complexity Classes, which is one of the results of this research. From the perspective of quali-quantitative research, the

existence of relationships between the characteristics of the items of Mathematics of ENEM 2012 edition and the aspects of difficulty of items answered by the candidate was investigated, calculated from 4,093,459 valid candidates. Based on the Item Map, Polya Problem Solving, ENEM Reference Matrices and the Mathematics exam proficiency and skills scale; the results based on the item analysis show that the difficulty of the item is not directly related to the content addressed, but rather to its resolution structure. The types of problems indicate that the greater the amount of procedures and content involved in the resolution, the greater the proficiency in the Mathematics scale.

Keywords: Brazilian High School Exam (ENEM). Problem Solving. Item Map, Proficiency Scale.

Resumen

Este artículo propone una clasificación de los ítems de Matemática Enem en base a la Resolución de Problemas, identificando las relaciones entre estos elementos y las Competencias de la Matriz de Referencia Enem combinada con las Clases de Complejidad, que es uno de los resultados de esta investigación. Por la perspectiva de la investigación cuali-cuantitativa, se investigó la existencia de relaciones entre las características de los ítems de Matemáticas de la edición Enem 2012 y los aspectos de dificultad de los ítems respondidos por el candidato, calculados a partir de 4.093.459 candidatos válidos. Basado en el Mapa de Ítems, Resolución de Problemas Polya, Matrices de Referencia Enem y la escala de competencia y habilidades del examen de Matemáticas; los resultados basados en el análisis del ítem muestran que la dificultad del ítem no está directamente relacionada con el contenido abordado, sino con su estructura de resolución. Los tipos de problemas indican que cuanto mayor es la cantidad de procedimientos y contenidos involucrados en la resolución, mayor es la competencia en la escala de Matemáticas.

Palabras clave: Examen Nacional de la Escuela Secundaria. Solución de problemas. Mapa de ítems. Escala de competencia.

Introdução

As Avaliações Educacionais podem ser classificadas, de acordo com Haydt (1988), em Diagnóstica, Formativa e Somativa. A primeira e a segunda estão ligadas à avaliação da aprendizagem em um contexto específico, por exemplo, a sala de aula. A última está ligada à avaliação do produto do aprendizado e, nesse cenário, citamos o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que é aplicado em todas as regiões do Brasil e possui diversas funções que o caracterizam, atualmente, como o exame com maior número de inscritos no Brasil.

Esta pesquisa analisa itens (questões) da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM Edição de 2012 e os relacionam com o Mapa de Itens (BRASIL, 2012c), que contém as Escalas de Proficiência marcadas nos descritores. A escolha da edição deve-se ao fato da indisponibilidade de Mapas de Itens mais atualizados, sendo esta a última disponibilizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

O objetivo é propor uma classificação de itens de Matemática quanto à determinados elementos da Resolução de Problemas, identificando as relações entre esses elementos e as Competências da Matriz de Referência do ENEM combinadas com o que denominamos de Classes de Complexidade, que é um dos resultados dessa pesquisa. Além disso, relaciona-se a dificuldade dos itens com a referida classificação, culminando em um cenário analítico da prova, permitindo que a metodologia adotada possa ser replicada para provas de outras áreas, por exemplo. Os resultados indicam que a dificuldade na resolução do item pelo participante está relacionada à estruturação do item.

Referencial teórico

O ENEM, criado em 1998 pelo INEP é oferecido aos concluintes e egressos do Ensino Médio e possui caráter voluntário e individual. O exame mostra-se como uma avaliação diferenciada por valorizar a capacidade do participante de utilizar os conhecimentos e as habilidades que adquiriu, tanto na escola quanto fora dela, para resolver um problema. O ENEM avalia o desempenho das habilidades e competências da educação escolar a partir de itens contextualizados na forma de situação-problema.

- a. **Competência 1 (C1)** - Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.
- b. **Competência 2 (C2)** - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.
- c. **Competência 3 (C3)** - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
- d. **Competência 4 (C4)** - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
- e. **Competência 5 (C5)** - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.
- f. **Competência 6 (C6)** - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.
- g. **Competência 7 (C7)** - Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar

instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

O Mapa de Itens (BRASIL, 2012c) é um documento que posiciona os itens e seus descritores em uma escala de proficiência, que é diretamente relacionada à dificuldade de um item. A escala é determinada a partir da Teoria de Resposta ao Item (TRI) que, essencialmente, modela a probabilidade de um indivíduo responder corretamente à um item em função de sua habilidade estimada que é psicometricamente mapeada para um estimador θ (AUTOR, 2020). De acordo com Andrade, Laros e Gouveia (2010), a TRI depende dos avanços da computação, uma vez que existe determinada complexidade na execução e interpretação dos métodos e resultados. Detalhes da TRI são encontrados nos trabalhos de Lord (1980) e Andrade, Tavares e Valle (2000).

As escalas do ENEM tornam comparáveis a proficiência dos candidatos e o escore varia (usualmente) de 0 a 1000. Por exemplo, na edição de 2019 os escores máximo e mínimo da prova de Matemática e suas Tecnologias foram, respectivamente, 359 e 985.5. Em 2012, foram 277.2 e 955.2, respectivamente.

Segundo o Guia do Participante do ENEM (BRASIL, 2012b), a escala de proficiência do ENEM poderia ser representada graficamente por uma régua, na qual os itens e as proficiências correspondem a pontos. Os itens possuem pontuação relativa às interpretações pedagógicas, sendo que estas levam em consideração habilidades e competências em conteúdos matemáticos. A posição do item na escala é convertida em um escore e, para compreender qual o seu significado, são necessários alguns referenciais para interpretá-lo. Por exemplo, o escore 800 na escala de Matemática e suas Tecnologias indica que o candidato obteve melhor desempenho na prova do que outro com escore 430. Nesse sentido, interpretar os escores da escala do ENEM significa identificar quais são as competências e habilidades que o candidato foi capaz de expressar por meio de seu desempenho na prova. Quanto maior o escore, maior a evidência de que o candidato expressou as competências e as habilidades em matemática.

Identificamos, para o ENEM, uma interpretação dos escores referenciada em critérios. Nesse tipo de interpretação é levado em consideração se “os

níveis desejados de competência ou os critérios de desempenho foram satisfeitos” (URBINA, 2007, p. 85). Essa definição identifica duas modalidades de avaliação, conforme (URBINA, 2007):

- **Avaliação baseada em domínio.** A intenção é avaliar o quanto o candidato sabe sobre um conteúdo. Geralmente os escores correspondem à quantidade de respostas corretas.
- **Avaliação baseada em desempenho.** É avaliada a aplicação de um conteúdo para resolver um item, ou seja, se o candidato desenvolveu determinada habilidade ou não.

Em termos de modelo de resposta, o documento Interpretação Pedagógica das Escalas de Proficiência do ENEM (BRASIL, 2014) indica que a metodologia do cálculo da proficiência do candidato segue a TRI. Parte-se do princípio de que quanto maior a proficiência do respondente, maior sua probabilidade de acerto. O posicionamento dos itens nos níveis da escala se dá a partir de critérios e métodos probabilísticos, os quais garantem que somente candidatos com proficiência igual ou maior que a daquele nível possuem alta probabilidade de responder corretamente aos itens que estão nesse ou em níveis inferiores (BRASIL, 2012b).

Além da interpretação dos itens por meio da TRI, estes podem considerar a Teoria Clássica de Testes (TCT), em que o Índice de Dificuldade pode ser usado para medir um item. Neste caso, Silveira (2015) aponta que a soma dos itens respondidos corretamente é importante para a TCT, uma vez que compõe o Índice de Dificuldade (ID) de cada item. Itens com baixa quantidade de acertos são considerados mais difíceis em relação a itens com um maior número de acertos. O ID do i -ésimo item é definido como:

$$ID_i = \frac{A}{n}, \quad (1)$$

em que A é o número de candidatos que responderam corretamente ao item e n é o número de candidatos que realizaram o teste e $0 < ID_i < 1$ ¹. De acordo com Erthal (2001), o seu objetivo é permitir a construção de testes heterogêneos, em que os itens possuam um aumento progressivo no grau de dificuldade, abrangendo os diferentes níveis ao longo do teste. De acordo com Autores (2018), a interpretação numérica da dificuldade pode seguir a

¹ É o escore, que pode estar em uma outra escala, por exemplo, de -3 a 3 .

abordagem de Cerdá (1978), que propõe cinco classificações a partir de intervalos numéricos (Tabela 1) e seus percentuais (que a distribuição normal), com base na Equação (1).

Tabela 1. Classifica o do índice de Dificuldade

Intervalo do ID	Percentual	Classificação do item
[0, 75; 0, 95]	10%	Muito Fácil
[0, 55; 0, 75[20%	Fácil
[0, 45; 0, 55[40%	Normal (ou Moderado)
[0, 25; 0, 45[20%	Difícil
[0, 05; 0, 25[10%	Muito Difícil

Fonte: Cerd (1978).

Resultados

A investigação focou nas possíveis relações entre as características dos itens, aspectos da dificuldade e interpretação dos itens pelo candidato. Para relacionar esses elementos, foram considerados os Tipos de Problemas que caracterizam os itens, as Classes de Complexidade, a Matriz de Referência para Matemática e suas Tecnologias e o Mapa de itens da área de Matemática e suas Tecnologias da Edição de 2012. Nesse contexto, os resultados dessa pesquisa são (i) uma relação entre a Resolução de Problemas baseada em Polya (1985) e as competências e, conseqüentemente, uma classificação segundo os Tipos de Problemas, (ii) uma relação das Classes de Complexidade com as competências e (iii) uma análise qualitativa dos itens.

Materiais e métodos

A pesquisa na área da avaliação educacional em larga escala depende diretamente de duas matérias-primas essenciais: (i) microdados que contém os dados brutos para o processamento estatístico e/ou (ii) relatórios técnicos e/o pedagógicos emitidos pelos responsáveis pelas avaliações.

No caso do ENEM, o último relatório pedagógico data do ano de 2012, conforme consta na área de resultados² oficiais do INEP, acessado em 3 de março de 2021. Além disso, o único Mapa de Itens publicado pelo MEC/INEP esteve presente em Brasil (2012c), que foi divulgado pela própria Assessoria de Comunicação Social³ do INEP em 2013. Este mapa contempla alguns itens aplicados nas provas de 2009 a 2012. Já os microdados⁴ datam até o ano de 2019.

A escala de proficiência do Mapa de Itens (BRASIL, 2012c) é calculada e classificada por especialistas ligados e/ou contratados pelo INEP e, devido à isso, não pode ser elaborado partindo apenas dos microdados. Devido à esta indisponibilidade de Mapas de Itens mais atualizados, esta pesquisa foi obrigada a considerar os microdados e provas da Edição de 2012.

Do ponto de vista quantitativo, utilizamos os microdados do INEP (BRASIL, 2012b) que constam com a participação de 5.791.065 candidatos para a edição de 2012 em um total de 3.8GB (Gigabytes) em texto plano, distribuídos entre dados categóricos e numéricos. O processo de mineração adotou algoritmos em linguagem C++⁵ de acordo com Autores (2018). Com isso, foram considerados 4.093.459 candidatos válidos⁶ de todo o território nacional, ou seja, trata-se de um estudo populacional, que culminou na determinação do ID para cada item analisado segundo a Tabela 2. Observa-se que as provas rosa, azul e branca foram mapeadas para a amarela⁷.

Qualitativamente, selecionamos 30 itens da Edição de 2012 da prova de Matemática e suas Tecnologias para serem analisados e resolvidos, de forma a se obter um panorama geral sobre a distribuição por temática dos itens na prova. Os itens analisados são da prova amarela, realizada no segundo dia do exame (04/11/2012, domingo). A partir desse panorama, focamos na análise

² <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/enem/resultados>

³ <http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/31997-enem?start=660>

⁴ <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/microdados/enem>

⁵ Nossa capacidade computacional de processamento e memória eram limitados, o que impossibilitou o uso de linguagens, por exemplo, como R e SAS.

⁶ Significa que este respondeu a prova. Candidatos inscritos não necessariamente comparecem à uma prova.

⁷ Em todas as cores de provas aparecem os mesmos itens, porém com ordenação permutada.

de 8 itens. Para tal, foram elaboradas as seguintes ferramentas: (i) uma tabela sobre as temáticas de contextualização dos itens e (ii) Classes de Complexidade para a resolução dos itens. Essas classes estão relacionadas ao posicionamento na escala e não propriamente à dificuldade do aluno na resolução e na interpretação do texto base, do enunciado e das opções de resposta.

Resultado 1

A análise sistemática dos 45 itens do ENEM culminou em três Classes de Complexidade para o ENEM que estão relacionadas à dificuldade de resolução do item no que se refere à sua posição na escala de proficiência. Ou seja, ao analisar todos os itens da prova, observou-se três níveis de complexidade quanto a resolução matemática de um item. As Classes de Complexidade são:

- **Classe C1.** Os itens são resolvidos da maneira simples e direta, não são necessários cálculos para a resolução.
- **Classe C2.** São utilizados cálculos de natureza operatória para resolver os itens: adição, subtração, multiplicação, divisão, porcentagem e regra de três.
- **Classe C3.** São utilizados fórmulas e/ou conceitos mais complexos (que exijam memorização) para a resolução dos itens.

Para a análise dos itens, foi preciso localizá-los na escala de proficiência do Mapa de Itens do ENEM 2012 (BRASIL, 2012c). Com o objetivo de analisar itens com escalas baixa, moderada e alta, adotou-se os seguintes critérios, aplicados em ordem cronológica:

- 1º. Foram escolhidos os três primeiros itens que exigiam maior proficiência e os três últimos itens que exigiam menor proficiência da prova de 2012.
- 2º. Para a escolha dos itens com proficiência intermediária, adotou-se o Intervalo Médio (IM) que é uma medida de tendência central. Neste caso,
$$IM = \frac{\max(\text{proficiencia}) + \min(\text{proficiencia})}{2} = 630,5$$
. Então, foram selecionados o primeiro item maior que 630,5 e o primeiro item menor que 630,5 da prova de 2012.

Tomando a prova amarela, os itens que apresentaram um alto nível de dificuldade foram o 176, o 165 e o 149; um nível de dificuldade intermediário o 151 e o 153; e o 141, 160 e 140 foram os baixa dificuldade. Para este artigo, tomamos um recorte da pesquisa, analisando três itens em três níveis de dificuldade, sendo eles os itens 176, 153 e 160 da prova amarela.

Item 176

A Figura 1 mostra o item em questão.

Para sua resolução, são necessários o cálculo do volume de um cubo, a representação na forma decimal da nova aresta do cubo e representação em percentual do valor que corresponde à redução do volume do cubo após o cozimento da peça de cerâmica. A aresta inicial do cubo vale a . Após sofrer redução linear de 20%, a nova aresta a' passa a valer 80% de a , ou seja, $a' = 0,8a$. Seja V o volume inicial do cubo e V' o volume após o cozimento temos que $V = a^3$. $V' = (0,8a)^3 = 0,512a^3 \Rightarrow V' = 0,512V$, ou seja, $V' = 51,2\%$ de V . Portanto, a redução do volume é: $100\% - 51,2\% = 48,8\%$, ou seja, o novo volume é 48.8% menor que V .

Como a resolução exigia cálculos não contemplados pela habilidade exigida, o item é classificado segundo a Classe C3, com proficiência 857,4. A habilidade avaliada é a H17: *analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação*. Partindo das respostas dos candidatos, o item obteve o ID = 0,19096, sendo classificado como Muito Difícil.

Item 153

A Figura 2 mostra o item em questão.

Para sua resolução, basta representar as grandezas direta e indiretamente proporcionais à resistência S . As grandezas diretamente proporcionais são a largura (b) e quadrado da altura (d^2) e a grandeza inversamente proporcional é o quadrado da distância entre os suportes (x^2). Sendo k a constante de proporcionalidade, temos: $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$.

Uma vez que o item apresenta apenas relações entre grandezas, ele foi classificado segundo a Classe C1 com proficiência 610,7. A habilidade avaliada é a H19: *identificar representações algébricas que expressem a relação*

entre grandezas. Partindo das respostas dos candidatos, o item obteve o $ID = 0,31639$, sendo classificado como Difícil.

QUESTÃO 176

A cerâmica possui a propriedade da contração, que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico submetido a uma determinada temperatura elevada: em seu lugar aparecendo “espaços vazios” que tendem a se aproximar. No lugar antes ocupado pela água vão ficando lacunas e, conseqüentemente, o conjunto tende a retrair-se. Considere que no processo de cozimento a cerâmica de argila sofra uma contração, em dimensões lineares, de 20%.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 30 mar. 2012 (adaptado).

Levando em consideração o processo de cozimento e a contração sofrida, o volume V de uma travessa de argila, de forma cúbica de aresta a , diminui para um valor que é

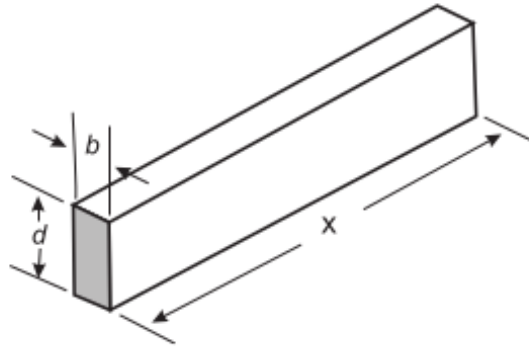
- A 20% menor que V , uma vez que o volume do cubo é diretamente proporcional ao comprimento de seu lado.
- B 36% menor que V , porque a área da base diminui de a^2 para $((1 - 0,2)a)^2$.
- C 48,8% menor que V , porque o volume diminui de a^3 para $(0,8a)^3$.
- D 51,2% menor que V , porque cada lado diminui para 80% do comprimento original.
- E 60% menor que V , porque cada lado diminui 20%.

Figura 1. Item 176 da prova amarela do ENEM 2012.

Fonte: Brasil (2012a)

QUESTÃO 153

A resistência mecânica S de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (b) e ao quadrado de sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade k é chamada de resistência da viga.



BUSHAW, D. et al. *Aplicações da matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.

A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é

- A $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$
- B $S = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$
- C $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$
- D $S = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$
- E $S = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$

Fonte: Brasil (2012a)

Item 160

A Figura 3 mostra o item em questão.

QUESTÃO 160

Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.

Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de

- A 12 kg.
- B 16 kg.
- C 24 kg.
- D 36 kg.
- E 75 kg.

Figura 3. Item 160 da prova amarela do ENEM 2012.

Fonte: Brasil (2012a)

Para sua resolução, utiliza-se a relação de proporcionalidade direta provida de multiplicação e divisão. Neste caso, 5 gotas correspondem a 2kg, então 30 gotas correspondem a x kg. Logo,

$$\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{30}{x} \Rightarrow 5x = 30 \cdot 2 \Rightarrow 5x = 60 \Rightarrow x = 12kg.$$

Portanto, o item foi classificado segundo a Classe C2, com proficiência 429,8. A habilidade avaliada é a H16: *resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais*. Partindo das respostas dos candidatos, o item obteve o ID = 0; 66916, sendo classificado como Fácil.

Ao classificar os itens segundo as Classes de Complexidade obtém-se um resultado inesperado sobre as características dos itens. Ao elaborar as classes, esperava-se que elas indicassem um grau progressivo de complexidade para a resolução. Neste caso, os itens que exigissem alta proficiência do candidato seriam classificados pela C3, os que exigissem proficiência intermediária pela C2 e os que exigissem baixa proficiência pela C1. No entanto, ao fazer as análises, foi possível perceber a intersecção dos itens pelas classes, ou seja, eles não se agruparam, necessariamente, conforme o nível de proficiência exigida. Um bom exemplo desse fato é o item 165, que é considerado um item de alta dificuldade e exige alta

proficiência do candidato, mas, dependendo de como é resolvido, pode ser classificado pela C3 ou C2. A Tabela 2 mostra os resultados a partir do Mapa de Itens combinado com o ID e as Classes de Complexidade.

Tabela 2. ID, Classificação, Classes de Competência segundo a Escala de Proficiência de Brasil (2012c).

Escala de Proficiência	Item	ID	Classificação	Classe
857,4	176	0,19096	Muito Difícil	C3
797,8	165	0,17372	Muito Difícil	C2 e C3
763,2	149	0,23914	Muito Difícil	C3
653,3	151	0,31878	Difícil	C3
610,7	153	0,31639	Difícil	C1
448,6	141	0,66988	Fácil	C1
429,8	160	0,66916	Fácil	C2
403,9	140	0,83642	Muito Fácil	C1

Fonte: a pesquisa.

Questionamentos sobre algumas características dos itens foram esclarecidos, tais como: (i) não foi encontrada dependência de outras disciplinas para a resolução dos itens de Matemática, (ii) as temáticas utilizadas para contextualização não indicam interdisciplinaridade, no sentido literal deste conceito, sendo que elas apenas contextualizam a situação problema, que é resolvida utilizando cálculos e interpretações matemáticas e (iii) itens considerados difíceis não necessariamente exigem complexidade para sua resolução.

Resultado 2

É verdadeiro que resolver um problema⁸ vai além da resolução de um exercício. O problema, de acordo com Macedo (2005), deve suscitar uma situação inesperada, capaz de estimular a habilidade que se pretende avaliar.

⁸ A partir deste parágrafo, o termo “problema” possui o mesmo sentido que em Resolução de Problemas de Matemática.

A forma e as ideias para se encontrar uma solução para o problema podem assemelhar-se à resolução de um exercício, mas as situações e as condições impostas são o que fazem do item um problema. Existem diversas condições que podem ser colocadas sobre um mesmo contexto e, dessa forma, novas situações vão surgindo, demandando um conjunto de habilidades psicológicas e cognitivas do indivíduo.

A Resolução de Problemas, segundo Polya (1985, p. 5), “é a atividade matemática mais próxima do centro do pensamento do dia-a-dia”. Essa constatação está diretamente ligada ao propósito do ENEM, que é relacionar situações externas à escola com as aprendizagens em sala de aula. Ainda em Polya (1985, p. 5), “temos um problema sempre que procuramos os meios para atingir um objetivo”. Nesse sentido, entende-se a necessidade de mobilizar competências e habilidades relacionadas a conteúdos matemáticos a fim de elaborar uma estratégia para chegar a uma solução para o problema.

Como visto anteriormente, os enunciados dos itens de Matemática do ENEM correspondem a situações problema, de modo que o candidato deve organizar suas ideias e conhecimentos a fim de chegar a uma solução. Para resolver um problema, é preciso elaborar uma estratégia, ou seja, buscar um meio para chegar a uma conclusão. Dessa forma, o candidato mobiliza suas competências a fim de elaborar a estratégia mais coerente. Essa relação íntima entre resolução de problemas e competência relacional é um dos focos do ENEM.

É importante que o candidato tenha clareza sobre os conteúdos aprendidos na escola, mas é preciso que ele saiba como utilizar esses conhecimentos. Ao resolver um problema o candidato não é avaliado somente pelo conteúdo, mas também pela forma como utiliza esse conhecimento para resolver uma situação contextualizada com vivências escolares e extraescolares.

As avaliações em larga escala fornecem uma medição estática do estado das capacidades ou competências adquiridas pelo aprendiz em um determinado momento_ (ALLAL, 2004, p. 87), de modo que no momento da avaliação não são permitidas intervenções do examinador a fim de estimular outras competências do candidato. Daí a necessidade de se elaborar um item

específico para cada habilidade, ou seja, utilizar uma Matriz de Referência para a elaboração dos itens.

Além disso, é necessário apresentar alguma pontuação do candidato relacionada à proficiência em relação a um conteúdo. Neste caso, a proficiência não se refere somente as aprendizagens de um conteúdo, mas a capacidade de relacioná-lo a situações contextualizadas e não específicas. Sob essa ótica, o ENEM avalia se o candidato reconhece quais conteúdos matemáticos foram mobilizados a fim de resolver um determinado problema. Ou seja, o ENEM é uma avaliação baseada em desempenho.

Segundo a abordagem da Resolução de Problemas baseada em Polya, para este resultado foi elaborado um critério de classificação dos itens baseado em Tipos de Problemas. Polya (1985) destaca dois grupos principais de problemas:

- **Rotineiros:** são aqueles que, em geral, não suscitam a criatividade do aluno, podendo ser apenas um problema de aplicação de regras matemáticas.
- **Não-rotineiros:** necessitam de pesquisas e investigações dos alunos para serem resolvidos, muitas vezes exige a intervenção do professor para orientar a resolução.

Os problemas que configuram a prova do ENEM possuem algumas especificidades, dentre elas observa-se que os problemas não podem ser do tipo não-rotineiro, uma vez que se mede as habilidades e/ou competências adquiridas naquele momento da avaliação e não é permitido qualquer intervenção para auxiliar os candidatos na sua resolução. Portanto, contextos diferentes e reflexões a respeito de uma situação não podem ocorrer durante a prova. Com base nas descrições dos problemas e nas características do ENEM, este resultado configura-se como uma classificação dos itens segundo tipos de Problemas Rotineiros.

Essa pesquisa categoriza 5 tipos de Problemas Rotineiros, descritos no Quadro 1.

Na Classe C1 aparecem problemas que são resolvidos a partir da interpretação do enunciado e de gráficos e imagens, sem o uso de aplicações diretas de ferramentas matemáticas. Nessa classe também aparecem os problemas em que o enunciado fornece as informações básicas para a obtenção do resultado, isentando o candidato de identificar quais ferramentas devem ser utilizadas para a resolução. Esse resultado indica que

essa está relacionada aos itens com as formas mais simples de resolução de problemas, ou seja, os que menos desafiam o candidato.

Quadro 1. Tipos de Problemas rotineiros.

TIPO DE PROBLEMA	DESCRIÇÃO
T1	O problema apenas está contextualizado com o cotidiano, poderia ser um exercício, com um enunciado direto.
T2	O problema está contextualizado e exige a interpretação da situação para resolvê-lo, mesmo que a resolução seja a interpretação de um gráfico.
T3	O problema é aplicação de regras, teoremas, consequência e/ou definições matemáticas.
T4	O problema é aplicação de regras, teoremas, consequência e/ou definições matemáticas, mas é resolvido em mais de uma etapa.
T5	O problema exige conteúdo de outras disciplinas para ser resolvido.

Fonte: a pesquisa.

A Classe C2 é a mais heterogênea, na qual aparecem 4 tipos de problemas rotineiros. Isso ocorre porque a classe é descrita pela resolução baseada na aplicação de cálculos de natureza operatória. Esse tipo de resolução possibilita a classificação do item segundo os 4 primeiros tipos de problemas, pois, por exemplo, (i) problemas apenas contextualizados podem recorrer apenas a cálculos básicos, (ii) a partir da interpretação pode-se obter expressões numéricas que são resolvidas com operações básicas, (iii) a aplicação direta de fórmulas pode resultar em operações desse tipo, e (iv) os cálculos são simples, mas o problema é resolvido em mais de uma etapa.

Na Classe C3 aparecem os problemas do tipo 3 e 4. Esse fato decorre da descrição da classe, que corresponde aos itens cuja resolução utiliza fórmulas e conceitos mais complexos para a resolução. Observa-se que a característica “aplicação de regras, teoremas, consequência e/ou definições matemáticas” está diretamente relacionada com essa classe. Esse resultado indica a relação das Classes de Complexidade com os tipos de problemas

rotineiros elaborados, de modo que a elaboração de ambos os conceitos, baseados nos referenciais teóricos apresentados, fazem sentido ao propósito do ENEM. Além disso, destaca-se validação mútua desses resultados quando são analisados e relacionados à elaboração de itens. Com isso, destacamos as seguintes relações:

- **A competência C1** aparece nas Classes C1 e C2, indicando que as operações numéricas, quando são avaliadas de forma isolada, não exigem formas complexas de resolução.
- **A competência C2** aparece nas Classes C1 e C3. Isso ocorre porque alguns itens são resolvidos a partir de conhecimentos geométricos sem o uso de fórmulas, mas também é um tema que possui fórmulas, regras e definições que exigem memorização do candidato.
- **A competência C3** aparece nas Classes C2 e C3, uma vez que o conceito de grandezas e medidas envolve operações básicas, mas inclui o cálculo de área e perímetro de figuras planas, cujas fórmulas devem ser memorizadas.
- **A competência C4** aparece em todas as classes, uma vez que a variação de grandezas pode ser observada por meio de um gráfico, calculada com operações básicas a partir de uma variante de uma fórmula, por exemplo. Desse modo, as descrições de todas as classes correspondem ao tema abordado.
- **A competência C5** aparece em todas as classes, uma vez que as variáveis socioeconômicas e técnico-científicas podem ser representadas por gráficos (expressão algébrica indireta), resolução de equações com uso de operações básicas e retomada de conceitos para chegar à expressão que representa a variável.
- **A competência C6** aparece nas Classes C1 e C2, pois essa competência diz respeito à interpretação de gráficos e tabelas e, se necessário, utiliza-se cálculos simples para identificar alguma relação entre os valores apresentados.
- **A competência C7** aparece apenas na Classe C3, por se tratar de conceitos probabilísticos, sendo necessário recorrer a fórmulas e conceitos que não aparecem explícitos no enunciado.

As relações destacadas indicam que a Resolução de Problemas, baseada em competências e habilidades e nas Classes de Complexidade, não está relacionada apenas com o ID do item. Resolver problemas não deve ser uma tarefa difícil, mas sim intuitiva e condizente com ações do cotidiano. Polya (1985, p. 5) destaca que algumas atividades são mais naturais que outras: “adivinhar é mais fácil que demonstrar, resolver problemas concretos é mais natural do que construir estruturas conceituais”. Essa definição é coerente com o propósito do ENEM, que avalia ações e conhecimentos que sejam naturais e relacionados às vivências do indivíduo.

Baseado na concepção de Polya (1985) e de Macedo (2005), foi possível interpretar a Resolução de Problemas como um método que relaciona os conteúdos escolares com situações do contexto social, o qual é abordado por meio de diversas temáticas, como, por exemplo, questões ambientais, de saúde, entre outros. No contexto do ENEM, quanto mais complexas forem as resoluções, mais próximo o problema está das situações enfrentadas no contexto social, pois, para encontrar a solução correta, é necessário interpretar a situação e identificar qual a melhor maneira de utilizar o conteúdo matemático.

Os tipos de problemas rotineiros propostos indicam qual a relação entre os problemas de Matemática e os problemas advindos de situações cotidianas, de modo que, quanto mais estratégias forem utilizadas na resolução, mais próximo o problema está da realidade vivenciada fora da escola, na qual os diversos contextos socioculturais interferem na interpretação e no enfrentamento das situações. Dentro das especificidades que caracterizam o ENEM, é possível identificar uma avaliação baseada na relação entre o conteúdo aprendido na escola e as ações do cotidiano.

A partir da análise de itens e sua relação com as Classes de Complexidade, com a Resolução de Problemas, com as competências e as habilidades na escala de proficiência do ENEM edição de 2012; inferimos que a dificuldade do item não está diretamente relacionada com o conteúdo abordado, mas sim com sua estrutura de resolução, uma vez que a classificação segundo as Classes de Complexidade não apontam para o agrupamento dos itens nas Classes segundo sua proficiência na escala, enquanto que os Tipos de Problemas indicam que, quanto maior for a quantidade de procedimentos e conteúdos envolvidos na resolução, maior é a proficiência na escala. As análises apresentadas exemplificam as conclusões obtidas a partir da classificação dos itens disponíveis na escala adotada.

Considerações finais

Enquanto resultados, propomos uma abordagem baseada em cinco tipos de Problemas rotineiros: (1) o problema apenas está contextualizado com o cotidiano, poderia ser um exercício, com um enunciado direto, (2) o

problema está contextualizado e exige a interpretação da situação para resolvê-lo, mesmo que a resolução seja a interpretação de um gráfico, (3) o problema é aplicação de regras, teoremas, consequência e/ou definições matemáticas, (4) o problema é aplicação de regras, teoremas, consequência e/ou definições matemáticas, mas é resolvido em mais de uma etapa e (5) o problema exige conteúdo de outras disciplinas para ser resolvido. Com isso, a dificuldade de um item de Matemática refere-se à estrutura de resolução do problema, pois, de modo geral, quanto mais complexa é a resolução, maior é o escore do item.

Ao relacionar as Classes com os Tipos de Problemas, observou-se que a estrutura da resolução depende, em certa medida, dos conteúdos abordados. Por exemplo, a Classe C3 se encaixa apenas os problemas que são resolvidos a partir de aplicações de regras ou em mais de uma etapa. Na classificação geral não ocorreram itens correspondentes ao Tipo 5, porque a interdisciplinaridade no exame é assumida como relações entre conteúdos da Matemática e outros temas/disciplinas são as temáticas de contextualização do item.

Um problema pode não abordar diferentes conteúdos, mas é necessário interpretar a situação e elaborar estratégias de resolução para encontrar a solução, sendo que a complexidade de elaboração das estratégias está diretamente ligada à dificuldade do item. Essa constatação aponta para uma problemática: se o candidato concebe todo ou parte do conteúdo inerente ao item, então não podemos afirmar que seja possível relacionar este conteúdo sistemático “aprendido” com os enunciados e as respostas dos itens de Matemática.

Enquanto trabalho futuro almeja-se, assim que o MEC/INEP disponibilizar novos Mapas de Itens e relatórios pedagógicos, utilizar a metodologia de Classes de Competência em outras edições do exame.

Referências

ALLAL, L. Aquisição e avaliação das competências em situação escolar. O *enigma da competência em educação*, p. 79_96, 01 2004.

ANDRADE, D. F.; TAVARES, H. R.; VALLE, R. da C. *Teoria de Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações*. [S.l.]: Associação Brasileira de Estatística, São Paulo, 2000. 154 p.

ANDRADE, J. M. d.; LAROS, J. A.; GOUVEIA, V. V. O uso da teoria de resposta ao item em avaliações educacionais: diretrizes para pesquisadores. *Avaliação Psicológica*, scielopepsic, v. 9, p. 421 _ 435, 12 2010.

AUTOR. Omitido para a revisão cega. 2020.

AUTORES. Omitido para a revisão cega. 2018.

BRASIL. *Matriz de Referência para o ENEM 2009*. INEP - Brasília - DF, 2009.

BRASIL. *ENEM 2012 - Prova amarela, Segundo dia*. INEP - Brasília - DF, 2012a. Disponível em:
<http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2012/cader_no_enem2012_dom_amarelo.pdf>. Acesso em: 14 jun. 2016.

BRASIL. *Entenda a sua nota no ENEM - Guia do Participante*. INEP - Brasília - DF, 2012b.

BRASIL. *Mapa de Itens*. INEP - Brasília - DF, 2012c. Disponível em:
<<https://mapaitensenem.inep.gov.br/mapaNota/>>.
Acesso em: 15 jan. 2015.

BRASIL. *Interpretação Pedagógica das escalas de proficiência*. INEP - Brasília - DF, 2014.

CERDÁ, E. *Psicometria General*. 2. ed. [S.l.]: Editorial Herder, 1978. 190 p.

ERTHAL, T. C. *Manual de Psicometria*. 7a. ed. [S.l.]: Jorge Zahar Ed., 2001. 152 p.

HAYDT, R. C. *Avaliação do Processo Ensino-Aprendizagem*. São Paulo, Brasil: Editora Ética, S.A., 1988. 160 p.

LORD, F. M. *Application of Item Response Theory to Practical Testing Problems*. first. Hillsdale, New Jersey, EUA: Lawrence Erlbaum Associates, 1980. 274 p.

MACEDO, L. de. Eixos teóricos que estruturam o Enem. In: BRASIL. *Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): fundamentação teórico-metodológica*. Brasília, DF:[s.n.], 2005.

POLYA, G. Ensino por meio problemas. In: BRASIL. *Revista do professor de Matemática*. Rio de Janeiro - RJ: [s.n.], 1985.

SILVEIRA, P. M. *Criação de um índice de satisfação com a vida por meio da teoria da resposta ao item e fatores associados em trabalhadores brasileiros*. 115 p. Dissertação (Mestrado) _ Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2015.

URBINA, S. *Fundamentos da Testagem Psicológica*. [S.l.]: Artmed, 2007. 320p.